

Kriterien zur Beurteilung von Waagen

Von L. BIÉTRY

Mettler Analysen- und Präzisionswaagen, Zürich (Schweiz)

Summary

Criteria for the Evaluation of Balances

The present article discusses characteristic magnitudes that are of importance when the quality of a balance is being evaluated. Sometimes even well-versed specialists wrongly assess their value.

By way of example, a critical study reveals that readability and sensitivity are two magnitudes that are in no way connected with the accuracy of a balance.

The author arrives at the conclusion that only the accuracy of the calibrated set of weights and the precision of the optical scale range (measured by the standard deviation) are significant and should be utilized for evaluating a balance.

Both these values directly determine the true weight. They are the only values that can be objectively checked at any time and thus enable comparisons to be made between the various balances and makes.

Wie bei allen Instrumenten, die der exakten Bestimmung einer Größe dienen, haben sich im Laufe der Zeit Merkmale herausgebildet, die bei der Auswahl oder Beurteilung einer Waage von entscheidender Bedeutung sind. Nicht immer besteht völlige Klarheit über die Bedeutung der einzelnen Kenngrößen, so daß gelegentlich sogar versierte Fachleute den Wert solcher Merkmale falsch einschätzen oder sogar unrichtig interpretieren.

Aus diesem Grunde lohnt es sich, einmal kurz zu überlegen, was die genannten Begriffe eigentlich bedeuten und wie weit sie für die Beurteilung einer Waage von Wert sind.

Alphabetisch geordnet handelt es sich um folgende Merkmale:

- Ablesbarkeit
- Empfindlichkeit
- Genauigkeit
- Reproduzierbarkeit

Alle diese Kenngrößen werden meistens in den Prospekten als Zifferwerte angegeben und sollen dazu dienen, Vergleiche zwischen den einzelnen Waagen oder Fabriken zu ermöglichen.

1. Die Ablesbarkeit

Für diesen Begriff schlägt ein amerikanischer Normierungsvorschlag folgende Definition vor: Unter Ablesbarkeit einer Waage versteht man den kleinsten Bruchteil eines Skalenteils, der noch mit Leichtigkeit geschätzt oder mit Hilfe eines Nonius abgelesen werden kann.

Auf den ersten Blick möchte es scheinen, daß laut Definition die Ablesbarkeit tatsächlich ein Qualitätsmerkmal darstelle. Bei kritischer Betrachtung erkennt man jedoch, daß dies nicht der Fall ist. Die Ablesbarkeit ist in Wirklichkeit nur eine Sache der Vergrößerung und hat so mit der Genauigkeit einer Waage oder irgendeines Meßinstrumentes nichts zu tun.

Zwei Beispiele mögen diese Feststellung beweisen. So wäre es z. B. sinnlos, wenn man die Ablesung eines Dosenbarometers über eine Lupe vornähme. Dosenbarometer sind bekanntlich Instrumente, die sehr schlecht reproduzieren. Infolge der Lagerreibung folgt der Zeiger ganz geringen Druckschwankungen nicht oder nur unvollkommen. Es fällt daher keinem Menschen ein, die schlecht reproduzierte Anzeige solcher Barometer mit der Lupe abzulesen. Will man eine exaktere Anzeige, so klopft man leicht auf das Instrument. Durch das Klopfen verringert man kurzfristig die Lagerreibung, und der Zeiger macht dann den kleinen Ruck z. B. nach «schön» oder «schlecht», die Anzeige wird genauer. Erst jetzt wäre eine Lupenablesung diskutabel. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei den Waagen. Trotzdem hier die Reibung viel kleiner ist als bei einem Dosenbarometer, so ist sie doch nie ganz null. Die Anzeigen einer Waage streuen daher, wenn auch nur in geringem Maße.

Die Streuung der Anzeigen, also der Wert, der durch die Standard-Abweichung experimentell geprüft und angegeben werden kann, ist für die Genauigkeit eines Instrumentes sehr maßgebend. Es ist daher sinnlos und irreführend, die Ablesbarkeit einer Waage ohne Rücksicht auf die gegebene Streuung zu steigern. Wenn man dies tut, so begeht man den gleichen Fehler, wie wenn man ein gerastertes Bild z. B. aus einer Zeitung durch eine Lupe betrachtet und glaubt, zusätzliche Bildinformationen zu erhalten. Mit der Bildvergrößerung wird lediglich der Raster vergrößert. Man kann den Raster mit der gegebenen Streuung einer Waage vergleichen. Im übertragenen Sinne entspricht die Vergrößerung des Rasters beim Bild einer Vergrößerung der Streuung bei der Waage. Durch eine Vergrößerung wird aber die Genauigkeit des Wägeregebnisses nicht gesteigert.

Will man die Bildinformation steigern, so muß man den Raster verfeinern. Auf die Waage übertragen: Will man die Genauigkeit der Waage steigern, so muß man die Streuung verkleinern. Aus dieser Überlegung geht die wichtige Feststellung hervor: Angaben über die Ablesbarkeit sind irreführend, wenn nicht gleichzeitig betragsmäßig der Wert für die Streuung, also die Standardabweichung, angegeben wird.

2. Die Empfindlichkeit

Mehr noch als der Ablesbarkeit wird dem Begriff der Empfindlichkeit die Bedeutung als Qualitätsbegriff zugeschrieben, und die Frage nach der Empfindlichkeit einer Waage wird selbst von versierten Analytikern immer als erste gestellt.

Die Definition für den Begriff Empfindlichkeit lautet: Bei Waagen mit einer Einspiellage und bei selbstanzeigenden Waagen mit Skala ist die Empfindlichkeit (E) das Verhältnis der Verschiebung (L) des Einspielanzeigers zu der sie verursachenden Belastungsänderung (M).

$$E = \frac{L}{M} \text{ gemessen in } \frac{\text{Längeneinheiten}}{\text{Masse - Einheiten}}$$

Der Zeiger (a) der Waage in Abb. 1 zeigt eine Verschiebung ($L_1=10$ mm), die durch die Masse ($M=1$ g) hervorgerufen wird. Die Empfindlichkeit dieser Waage beträgt somit:

$$E = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ g}} = 10 \text{ mm/g.}$$

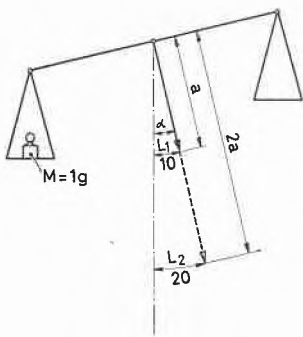


Abb. 1

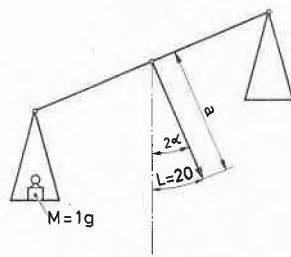


Abb. 2

Verlängert man den Zeiger auf den doppelten Wert ($2a$), gemäß den gestrichelten Linien, so verdoppelt sich auch die Verschiebung ($L_2=2L_1$) und damit auch die Empfindlichkeit.

$$E = \frac{20 \text{ mm}}{1 \text{ g}} = 20 \text{ mm/g.}$$

Es leuchtet somit ein, daß durch Verlängerung des Zeigers oder durch optische Vergrößerung jede beliebige Empfindlichkeit erreicht werden kann, ohne daß eine mechanische Verfeinerung der Waage notwendig wäre. Auch hier werden wie bei der Ablesbarkeit einfach die unvermeidlichen Streufehler mitvergrößert, so daß auf diesem Wege keine echte Verbesserung des Wägeresultates erzielt werden kann.

Eine weitere Verbesserung der Empfindlichkeit sowie der Ablesbarkeit ergäbe sich, wenn man eine Vergrößerung des Ausschlagwinkels anstreben würde, entsprechend der Abb. 2. Man könnte eine solche Winkelvergrößerung durch Höherlegen des Systemschwerpunktes erreichen. Durch die gegebene und unvermeidliche Systemreibung werden aber auch hier nur die Streufehler mitvergrößert, wie folgende Überlegung

zeigt: Jede Balkenwaage ist im Prinzip ein Pendel (Abb. 3 und 4).

Bringt man eine Waage aus dem Gleichgewicht, so pendelt der Schwerpunkt S so lange, bis er zufolge der Reibung senkrecht unter dem Mittellager (W) zur Ruhe kommt.

Zwischen der Reproduzierbarkeit und der Empfindlichkeit besteht ein Zusammenhang: In Abb. 5 ist der Verlauf des stabilisierenden Drehmomentes (Md) dargestellt, wie es sich beim Einschwingen eines Pendels (Abb. 6) ergibt. Das Drehmoment (Md) der Pendelwaage verläuft entsprechend einer Sinusschwingung (Kurve I) und wird in dem Augenblick Null, da der Systemschwerpunkt sich unter dem Drehpunkt (W) befindet, wenn also der Ausschlagwinkel $\alpha=0$ ist. Die Pendelmasse (M) in Abb. 6 sowie ihr Abstand (r) vom Drehpunkt (W) entsprechen bei einer bestimmten Zeigerlänge bzw. Vergrößerung einer bestimmten Empfindlichkeit (E) der Waage.

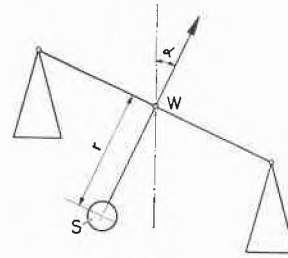


Abb. 3

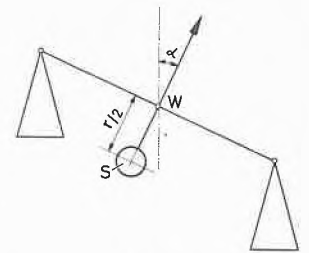


Abb. 4

Eine Waage mit doppelter Empfindlichkeit würde durch ein Pendel dargestellt, dessen Masse (M) sich um die Hälfte näher am Drehpunkt (W) befände. Im Kurvenzug nach Abb. 5 ergibt sich dann ebenfalls ein sinus-

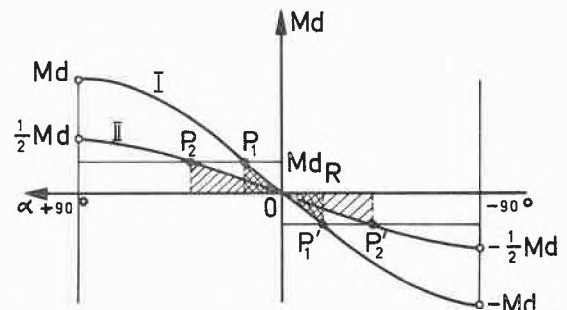


Abb. 5

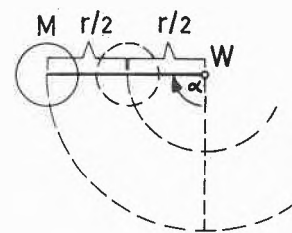


Abb. 6

förmiger Drehmomentverlauf, nur verläuft die Kurve flacher (Kurve II).

Die Reibung kann nun aber auch als Drehmoment dargestellt werden. Diese Darstellung ist zulässig, indem man ja auch ein äquivalentes Drehmoment aufbringen muß, um sie zu überwinden. Der Einfachheit halber sei sie über den ganzen Bewegungsbereich als konstant angenommen. Sie erscheint daher in Abb. 5 als horizontale Gerade mit der Ordinate Md_R . Die beiden Drehmomentkurven I und II schneiden die Reibungsgerade in den Punkten P_1 und P_2 bzw. P'_1 und P'_2 . Dies besagt, daß um den Ruhepunkt beim Ausschlagwinkel $\alpha=0$, eine Winkelzone besteht, in welcher das stabilisierende Drehmoment kleiner wird als das Reibungsmoment. Innerhalb dieser Zone, der Streuzone, hängt es vom Zufall ab, wo der Balken zur Ruhe kommt. Das Bemerkenswerte dabei ist, daß bei der empfindlicher eingestellten Waage, also der Waage mit dem stabilisierenden Drehmoment $\frac{1}{2} Md$, die Streuzone breiter ist, als bei der unempfindlicher eingestellten Waage; die Punkte P_2 und P'_2 liegen weiter auseinander als die Punkte P_1 und P'_1 . Diese Feststellung führt zum Schluß, daß bei gegebener Reibung und bei kleinen Ausschlagwinkeln die Reproduzierbarkeit unabhängig von der Empfindlichkeit ist.

Eine gesteigerte Empfindlichkeit bringt somit keine Verbesserung der Reproduzierbarkeit und damit auch keine Verbesserung der Qualität einer Waage.

3. Die Genauigkeit

Der Begriff Genauigkeit einer Waage sagt aus, wie weit die Gewichtsanzeige mit dem wahren Gewicht übereinstimmt. Der Wert der Genauigkeit erfaßt daher das Wesentliche, auf das es bei der Wägung ankommt.

Ziel und Zweck jeder Wägung ist es, die Masse eines Objektes mit der Masse des Urkilogramms in Sèvres auf dem Umweg über das Gewicht zu vergleichen.

Je näher die Übereinstimmung der Anzeigen ist, um so genauer ist eine Waage. Die Genauigkeit einer Waage hängt im wesentlichen von drei kontrollierbaren Werten ab:

- der Genauigkeit der Gewichte (Eichfehler),
- der Genauigkeit des optischen Anzeigebereiches und
- der Streuung.

a) Die Genauigkeit der Gewichte (Eichfehler)

Als Bezugsnorm für die Masse gilt die Urmasse (Urkilogramm) in Sèvres. Dieses aus Platin Iridium bestehende Urkilogramm dient als Ausgangspunkt für jede Gewichtssatzezeichnung.

Die Eichung eines Gebrauchsgewichtes geht nun so vor sich, daß von der Sèvres-Norm Tochtergewichte hergestellt werden, die in ihrer Masse möglichst genau mit der Norm übereinstimmen. In jedem Falle werden die unvermeidlichen, geringfügigen Abweichungen vom Sollwert jedem Tochtergewicht in einem Attest beigegeben, so daß eine allfällige Korrektur jederzeit möglich ist.

Die Tochtergewichte dienen nun in den Eichämtern als Vergleichsnorm, in den Waagenfabriken die davon abgeleiteten Gewichtsnormale. Die in den Waagen eingebauten Gewichtssätze sind von diesen Normgewichten, die periodisch geprüft werden, abgeleitet.

Der Angleich der Gewichtssätze an das Normgewicht kann im Prinzip mit jeder gewünschten Genauigkeit erfolgen. Es ist dies lediglich eine Sache des Arbeitsaufwandes.

Um die Genauigkeit des abgeleiteten Gewichtes zu definieren, wurden Toleranzvorschriften aufgestellt. Die deutschen Industrienormen DIN legten zu diesem Zweck zwei Klassen für Feingewichte fest, während die amerikanischen Normen drei Klassen aufweisen.

Untenstehende Tabelle gibt einen Überblick über die Zifferwerte der zulässigen Abweichungen.

Eichfehlergrenzen (in $\pm \mu\text{g}$) einiger Feingewichte

	Deutschland (nach DIN 1924)		USA			Deutschland (nach DIN 1924)		USA			
	Güteklasse H	F	Klasse M	S	S-1	Güteklasse H	F	Klasse M	S	S-1	
50 g	150	300	250	120	600	50 mg	15	30	5,4	14	42
30 g	150	300	150	74	450	30 mg	15	30	5,4	14	38
20 g	100	200	100	74	350	20 mg	15	30	5,4	14	35
10 g	80	150	50	74	250	10 mg	10	20	5,4	14	30
Gruppe*			154			Gruppe*			10,5	34	
5 g	80	150	34	54	180	5 mg	10	20	5,4	14	28
3 g	50	100	34	54	150	3 mg	10	20	5,4	14	26
2 g	50	100	34	54	130	2 mg	10	20	5,4	14	25
1 g	50	100	34	54	100	1 mg	10	20	5,4	14	25
Gruppe*			65	105		Gruppe*			10,5	34	
500 mg	25	50	5,4	25	80	0,5 mg	10	20	5,4	14	
300 mg	25	50	5,4	25	70	0,3 mg			5,4	14	
200 mg	25	50	5,4	25	60	0,2 mg			5,4	14	
100 mg	25	50	5,4	25	50	0,1 mg			5,4	14	
Gruppe*			10,5	55		Gruppe*			10,5	34	

* Fehler einer Dezimalgewichtsgruppe

Die Zugehörigkeit eines Gewichtssatzes zur US-Klasse S bedeutet z. B., daß die Abweichungen eines Gewichtsstückes von 1 g vom Sollwert nicht größer ist als $\pm 54 \mu\text{g}$ und daß die Abweichung einer Gruppe von Gewichten von 9 g nicht mehr als $\pm 105 \mu\text{g}$ beträgt.

Eine kleine Komplikation ergibt sich bei der Wahl des Materials für die Gewichtssätze.

Ableich der Gewichte auf Dichte $8,4 \text{ g/cm}^3$

Bis ins Jahr 1945 wurde als Standardmaterial für Gewichtssätze im Feinwaagenbau praktisch ausschließlich Messing verwendet. Messing besitzt eine Dichte von $8,4 \text{ g/cm}^3$. Die Luftauftriebskorrekturen basieren daher alle auf dieser Dichte.

Gewichtssätze aus nichtrostendem Stahl sind korrosionsfester und verändern sich weniger durch Abrieb. Seit der Einführung dieses Materials durch Mettler werden heute praktisch alle Feinwaagen mit solchen Gewichtssätzen ausgerüstet.

Nichtrostender, antimagnetischer Stahl hat aber eine Dichte von $7,8 \text{ g/cm}^3$. Würde man die Gewichtsanzeige einer Waage mit Messinggewichten mit der einer modernen Waage vergleichen, so würden sich bei Wägungen im Vakuum geringfügige Differenzen ergeben, da der Luftauftrieb für beide Materialien verschieden ist.

Aus diesem Grunde gleicht man Stahlgewichte auf Messing ab, indem man sie bei einer Normalluftdichte von $1,2 \text{ mg/cm}^3$ mit Messinggewichten eicht. Für diese Luftdichte müssen daher die Gewichtsanzeigen von Waagen mit Messing bzw. Stahlgewichten übereinstimmen.

Für Luftdichten, die von dem genannten Standardwert abweichen, müssen die Anzeigen rechnerisch oder graphisch korrigiert werden (siehe auch «Auftriebsfehler»).

Es sind heute Bemühungen im Gange, die Dichte der Gewichtssätze international zu standardisieren.

b) Die Genauigkeit des optischen Anzeigebereiches

Im allgemeinen Fall setzt sich ein Wägeergebnis aus dem substituierten Gewichtswert und einem Gewichtsanteil im Neigungsbereich (optischer Anzeigebereich) zusammen. Die Genauigkeit solcher Wägeergebnisse wird daher nicht nur von der Genauigkeit der Gewichte sondern auch von der Genauigkeit des Neigungsbereiches abhängig. Bestimmend für die Genauigkeit im Neigungsbereich sind im wesentlichen Fehler der Skalenteilung und der Ablesehilfen, wie z. B. Nonius oder

Mikrometer. Da für einen großen Teil aller Wägungen ausschließlich der Neigungsbereich maßgebend ist, ist dessen Genauigkeit von besonderer Bedeutung. Sie wird aus diesem Grunde in den technischen Daten als «Genauigkeit im optischen Anzeigebereich» gesondert aufgeführt.

c) Die Streuung

Schon bei der Behandlung des Begriffes Ablesbarkeit wurde darauf hingewiesen, daß jede Waage in ihrer Anzeige gewisse geringfügige Abweichungen vom Sollwert zeigt.

Legt man z. B. ein und dasselbe Gewicht mehrmals auf die Schale, so kann man feststellen, daß das Anzeigorgan nicht jedesmal absolut exakt an der gleichen Stelle zur Ruhe kommt. Die Stelle, wo in den einzelnen Fällen der Zeiger einspielt, hängt von der Lagerreibung der beweglichen Teile ab. Bei großer Reibung sind demnach die Abweichungen größer als bei geringer Reibung. Der Qualitätsbegriff, der diese Streuungen umschreibt, heißt Reproduzierbarkeit.

Sie ist wie folgt definiert: Unter Reproduzierbarkeit versteht man die Übereinstimmung der Gewichtsanzeige bei beliebig vielen Wägungen des gleichen Körpers auf der gleichen Waage, unter gleichen Meßbedingungen. Als Maß für die Reproduzierbarkeit dient die Standardabweichung. Deren Berechnung erfolgt nach untenstehender Formel, wobei s die Standardabweichung x_i die Einzelablesungen ($x_1 \dots x_i \dots x_n$), \bar{x} deren Mittelwert und n die Zahl der vorgenommenen Ablesungen ist.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Die experimentelle Bestimmung der Standardabweichung gestattet den objektiven Vergleich der Güte des Wägemechanismus von Waagen verschiedener Bauart und Herkunft.

Zusammenfassung

Die vorangegangenen Überlegungen lassen folgende Schlußfolgerungen zu: Von den vier Kenngrößen Ablesbarkeit, Empfindlichkeit, Genauigkeit und Reproduzierbarkeit erweisen sich die beiden ersten Begriffe als unwesentlich für die Qualifizierung einer Waage. Entscheidend für die Beurteilung einer Waage dagegen sind die Angaben über die Genauigkeit und die damit zusammenhängende Reproduzierbarkeit. Nur aus den betragsmäßigen Werten der Genauigkeit bzw. Reproduzierbarkeit läßt sich die Übereinstimmung der Gewichtsanzeige einer Waage mit dem wahren Gewicht verbindlich angeben.